

1a $P(\text{geen enkele keer } 6) = P(\bar{6} \bar{6} \bar{6} \bar{6}) = \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \approx 0,482.$ $\left[\begin{array}{l} (5/6)^4 \\ .4822530864 \end{array} \right]$ 1b $P(\text{geen enkele } 6) = P(\bar{6} \bar{6} \bar{6} \bar{6}) \approx 0,482.$

2a $P(\underline{a a a p p p}) = \binom{6}{3} \cdot P(\underline{a a a p p p}) = \binom{6}{3} \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^3 \approx 0,082.$ $\left[\begin{array}{l} 6 \text{ nCr } 3 * (2/5)^3 * \\ (2/5)^3 \\ 1 - (3/5)^6 \\ .08192 \\ .953344 \end{array} \right]$

2b $P(a \geq 1) = 1 - P(a < 1) = 1 - P(a = 0) = 1 - P(\bar{a} \bar{a} \bar{a} \bar{a} \bar{a} \bar{a}) = 1 - \left(\frac{3}{5}\right)^6 \approx 0,953.$

2c $P(b = 3) = P(\underline{b b b \bar{b} \bar{b} \bar{b}}) = \binom{6}{3} \cdot P(\underline{b b b \bar{b} \bar{b} \bar{b}}) = \binom{6}{3} \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^3 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^3 \approx 0,082.$ $\left[\begin{array}{l} 6 \text{ nCr } 3 * (1/5)^3 * \\ (4/5)^3 \\ .08192 \end{array} \right]$

3a $P(\underline{a b}) = \binom{2}{1} \cdot P(\underline{a b}) = \binom{2}{1} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{5} = 0,16.$ $\left[\begin{array}{l} 2 \text{ nCr } 1 * 2/5 * 1/5 \\ .16 \end{array} \right]$ 3b $P(\bar{b} \bar{b}) = \left(\frac{4}{5}\right)^2 = 0,64.$ $\left[\begin{array}{l} (4/5)^2 \\ 2 \text{ nCr } 1 * 2/5 * 1/5 + \\ 2 \text{ nCr } 1 * 2/5 * 2/5 + \\ 2 \text{ nCr } 1 * 1/5 * 2/5 + \\ .64 \end{array} \right]$

3c $P(\text{twee verschillende vruchten}) = P(\underline{a b}) + P(\underline{a p}) + P(\underline{b p}) = \binom{2}{1} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{5} + \binom{2}{1} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} + \binom{2}{1} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{2}{5} = 0,64.$

4a $P(\underline{g \bar{g} \bar{g} \bar{g} \bar{g} \bar{g}}) = \left(\frac{3}{4}\right)^6 \approx 0,178.$ $\left[\begin{array}{l} (3/4)^6 \\ .1779785156 \end{array} \right]$ 4b $P(\underline{g \bar{g} \bar{g} \bar{g} \bar{g} \bar{g}}) = \binom{6}{2} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^2 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^4 \approx 0,297.$ $\left[\begin{array}{l} 6 \text{ nCr } 2 * (1/4)^2 * \\ (3/4)^4 \\ 1 - (3/4)^6 - 5 \text{ nCr } \\ 1 * (1/4) * (3/4)^5 \\ .4660644531 \end{array} \right]$

4c $P(\text{goed} \geq 2) = 1 - P(\text{goed} \leq 1) = 1 - P(\underline{g \bar{g} \bar{g} \bar{g} \bar{g} \bar{g}}) - P(\underline{g \bar{g} \bar{g} \bar{g} \bar{g} \bar{g}}) = 1 - \left(\frac{3}{4}\right)^6 - \binom{6}{1} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^1 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^5 \approx 0,466.$

5a $P(\text{lukt}) = P(l) = 0,28 \Rightarrow P(\text{mislukt}) = P(m) = 1 - 0,28 = 0,72 \Rightarrow P(\underline{m m m}) = 0,72^3 \approx 0,373.$ $\left[\begin{array}{l} 0,72^3 \\ 1 - 0,72^5 \\ .373248 \\ .8065082368 \end{array} \right]$

5b $P(\text{minstens één keer lukt}) = 1 - P(\text{geen keer lukt}) = 1 - P(\underline{m m m m m}) = 1 - 0,72^5 \approx 0,807.$

5cd $P(\text{minstens één keer lukt bij } n \text{ proeven}) = 1 - P(\text{geen keer lukt bij } n \text{ proeven}) = 1 - 0,72^n > 0,95.$
 $1 - 0,72^n = 0,95$ (intersect en zie plot of zie TABLE) $\Rightarrow n \geq 10$. Dus minstens 10 keer uitvoeren. $\left[\begin{array}{l} \text{Plot1 Plot2 Plot3} \\ V1=1-0,72^X \\ V2=0,95 \\ V3= \\ V4= \\ V5= \\ V6= \\ V7= \\ \begin{array}{|c|c|c|} \hline X & V1 & V2 \\ \hline 6 & .86069 & .95 \\ 7 & .89969 & .95 \\ 8 & .92778 & .95 \\ 9 & .946 & .95 \\ 10 & .95437 & .95 \\ 11 & .95994 & .95 \\ 12 & .96259 & .95 \\ \hline \end{array} \\ V1=.962560937574 \end{array} \right]$

6a $P(\underline{4 4 4 \bar{4} \bar{4} \bar{4}}) = \binom{6}{3} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^3 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^3 \approx 0,054.$ $\left[\begin{array}{l} 6 \text{ nCr } 3 * (1/6)^3 * \\ (5/6)^3 \\ .0535836763 \\ 1 - (5/6)^6 \\ .6651020233 \end{array} \right]$

6b $P(\text{minstens één } 6) = 1 - P(\text{geen } 6) = 1 - P(\bar{6} \bar{6} \bar{6} \bar{6} \bar{6} \bar{6}) = 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^6 \approx 0,665.$

6c $P(\text{zes verschillende aantallen ogen}) = P(\underline{1 2 3 4 5 6}) = 6! \cdot P(1 2 3 4 5 6) = 6! \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = 6! \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^6 \approx 0,015.$ $\left[\begin{array}{l} 6! * (1/6)^6 \\ .0154320988 \\ 6 \text{ nCr } 2 * (1/6)^2 * \\ (4/6)^4 \\ .0823045267 \end{array} \right]$

6d $P(\text{twee keer } 6 \text{ en geen } 5) = P(\underline{6 6 \bar{5} \text{ of } 6}) = \binom{6}{2} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \left(\frac{4}{6}\right)^4 \approx 0,082.$

7a $P(\text{som} = 6) = P(6) = \frac{5}{36}$ (zie het rooster hiernaast).

7b $P(\underline{6 6 6 6 \bar{6} \bar{6} \bar{6} \bar{6}}) = \binom{8}{4} \cdot \left(\frac{5}{36}\right)^4 \cdot \left(\frac{31}{36}\right)^4 \approx 0,014.$ $\left[\begin{array}{l} 8 \text{ nCr } 4 * (5/36)^4 * \\ (31/36)^4 \\ .0143220382 \\ 8 \text{ nCr } 3 * (1/6)^3 * \\ (5/6)^5 \\ .1041904816 \end{array} \right]$

7c $P(\text{som} < 5) = P(< 5) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$ (zie het rooster hiernaast).
 $P(\underline{< 5 < 5 < 5 \bar{5} \bar{5} \bar{5} \bar{5} \bar{5}}) = \binom{8}{3} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^3 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^5 \approx 0,104.$ $\left[\begin{array}{l} \text{Plot1 Plot2 Plot3} \\ V1=1-(35/36)^X \\ V2=0,75 \\ V3= \\ V4= \\ V5= \\ V6= \\ V7= \\ \begin{array}{|c|c|c|} \hline X & V1 & V2 \\ \hline 46 & .72634 & .75 \\ 47 & .73394 & .75 \\ 48 & .74132 & .75 \\ 49 & .74852 & .75 \\ 50 & .75552 & .75 \\ 51 & .76239 & .75 \\ 52 & .76919 & .75 \\ \hline \end{array} \\ X=52 \end{array} \right]$

6	7	8	9	10	11	12	
5	6	7	8	9	10	11	
4	5	6	7	8	9	10	
3	4	5	6	7	8	9	
2	3	4	5	6	7	8	
1	2	3	4	5	6	7	
	+	1	2	3	4	5	6

7d $P(\text{som} = 12) = P(12) = \frac{1}{36}$ (zie het rooster). $P(\text{minstens één keer } 12) = 1 - P(\underline{12 \bar{12} \bar{12}}) = 1 - \left(\frac{35}{36}\right)^n > 0,75.$
 Bladeren in de tabel geeft $n \geq 50$. Dus Timo moet minstens 50 keer met twee dobbelstenen gooien.

8a $P(\text{minstens één keer } 6) = 1 - P(\text{geen } 6) = 1 - P(\bar{6} \bar{6} \bar{6} \bar{6}) = 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^4 \approx 0,518.$ $\left[\begin{array}{l} 1 - (5/6)^4 \\ .5177469136 \end{array} \right]$

De berekening van de Meré klopt dus niet. (met 7 dobbelstenen gooien zou een kans geven die groter is dan 1 en dat kan niet)

Het is wél voordeliger om te wedden op minstens één 6.

8b $P(\text{dubbel } 6) = P(\text{som} = 12) = \frac{1}{36}$ (zie het rooster hierboven).
 $P(\text{dubbel } 6 \geq 1) = 1 - P(\text{dubbel } 6 < 1) = 1 - P(\text{dubbel } 6 = 0) = 1 - P(\underline{12 \bar{12} \bar{12}}) = 1 - \left(\frac{35}{36}\right)^{24} \approx 0,491.$

De berekening van de Meré klopt weer niet. Het wedden op minstens één keer dubbel zes is zelfs nadeliger, want het wedden op geen enkele keer dubbel zes is $P(\text{dubbel } 6 = 0) \approx 1 - 0,491 = 0,509.$

9a $P(\underline{z z z z}) = \left(\frac{18}{38}\right)^4 \approx 0,050.$ 9b $P(\underline{z z r r}) = \binom{4}{2} \cdot P(\underline{z z r r}) = \binom{4}{2} \cdot \left(\frac{18}{38}\right)^2 \cdot \left(\frac{18}{38}\right)^2 \approx 0,302.$ $\left[\begin{array}{l} (18/38)^4 \\ 4 \text{ nCr } 2 * (18/38)^2 * \\ (18/38)^2 \\ .3020695053 \end{array} \right]$

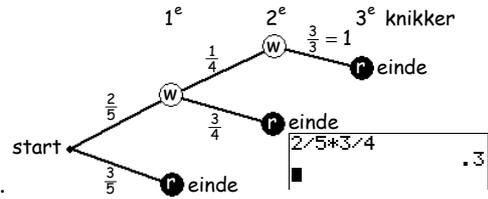
9c $P(\text{wit} \geq 1) = 1 - P(\text{wit} < 1) = 1 - P(\text{wit} = 0) = 1 - P(\underline{\bar{w} \bar{w} \bar{w} \bar{w}}) = 1 - \left(\frac{36}{38}\right)^4 \approx 0,194.$

9d $P(\text{uitkering} = \text{€ } 40) = P(\text{rood} = 2) = P(\underline{r r \bar{r} \bar{r}}) = \binom{4}{2} \cdot P(\underline{r r \bar{r} \bar{r}}) = \binom{4}{2} \cdot \left(\frac{18}{38}\right)^2 \cdot \left(\frac{20}{38}\right)^2 \approx 0,373.$ $\left[\begin{array}{l} 1 - (36/38)^4 \\ .1944813192 \\ 4 \text{ nCr } 2 * (18/38)^2 * \\ (20/38)^2 \\ .3729253152 \end{array} \right]$

9e $P(\text{uitkering} > \text{€} 50) = P(\text{uitkering} \geq \text{€} 60) = P(\text{rood} \geq 3) = P(\underline{rrrr}\bar{r}) + P(\underline{rrrrr}) + P(\underline{rrrrr})$
 $= \binom{5}{3} \cdot \left(\frac{18}{38}\right)^3 \cdot \left(\frac{20}{38}\right)^2 + \binom{5}{4} \cdot \left(\frac{18}{38}\right)^4 \cdot \frac{20}{38} + \left(\frac{18}{38}\right)^5 \approx 0,451.$

```
5 nCr 3*18^3*20^2
+5 nCr 4*18^4*20
+18^5
35715168
Ans/38^5
.4507489402
```

10a Na de eerste keer een witte knikker gepakt te hebben, bevinden zich nog 3 rode en 1 witte knikker in de vaas. De kans op een witte is dan dus $\frac{1}{4}$.



10b Zie de kansboom hiernaast.

10c $P(\text{twee knikkers}) = P(\text{eerst wit en dan pas rood}) = P(wr) = \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} = 0,3.$

11a $P(\text{twee knikkers}) = P(\bar{w}w) = \frac{5}{8} \cdot \frac{3}{7} \approx 0,268.$ 11b $P(\text{vier knikkers}) = P(\bar{w}\bar{w}\bar{w}\bar{w}) = \frac{5}{8} \cdot \frac{4}{7} \cdot \frac{3}{6} \cdot \frac{2}{5} \approx 0,107.$

```
5*3/8*7
.2678571429
5*4*3*2/8*7*6*5
.1071428571
```

12a $P(\text{vierde sleutel is de eerste die past}) = P(\bar{p}\bar{p}\bar{p}p) = \frac{8}{10} \cdot \frac{7}{9} \cdot \frac{6}{8} \cdot \frac{2}{7} \approx 0,133.$

```
8*7*6*2/10*9*8*7
.1333333333
8*7*6*5*4*2/10*9
.0888888889
```

12b $P(\text{zesde sleutel is de eerste die past}) = P(\bar{p}\bar{p}\bar{p}\bar{p}p) = \frac{8}{10} \cdot \frac{7}{9} \cdot \frac{6}{8} \cdot \frac{5}{7} \cdot \frac{4}{6} \cdot \frac{2}{5} \approx 0,089.$

```
4 nCr 3*8*7*6*2/
10*9*8*7*6
.0888888889
```

12c $P(\text{vijfde sleutel is de tweede die past}) = P(\bar{p}\bar{p}p\bar{p}p) = P(\bar{p}\bar{p}p\bar{p}p) \cdot P(p) = \binom{4}{3} \cdot \frac{8}{10} \cdot \frac{7}{9} \cdot \frac{6}{8} \cdot \frac{2}{7} \cdot \frac{1}{6} \approx 0,089.$

13a $P(\text{Lotte wint in twee sets}) = P(LL) = 0,6 \cdot 0,6 = 0,36.$

13b $P(\text{Gijs wint de eerste en Lotte de volgende twee sets}) = P(GLL) = 0,4 \cdot 0,6 \cdot 0,6 = 0,144.$

13c $P(\text{de partij duurt drie sets}) = P(\underline{GLL}) + P(\underline{GLG}) = \binom{2}{1} \cdot 0,4 \cdot 0,6 \cdot 0,6 + \binom{2}{1} \cdot 0,4 \cdot 0,6 \cdot 0,4 = 0,48.$

```
0.6^2
.36
0.4*0.6^2
.144
2 nCr 1*0.4*0.6^2
+2 nCr 1*0.4*0.6
*0.4
.48
```

14a $P(\text{Barney wint in twee sets}) = P(BB) = 0,65 \cdot 0,65 \approx 0,423.$

14b $P(\text{de partij is afgelopen in twee sets}) = P(BB) + P(FF) = 0,65 \cdot 0,65 + 0,35 \cdot 0,35 = 0,545.$

14c $P(\text{Barney wint}) = P(BB) + P(\underline{BF}B) = 0,65 \cdot 0,65 + \binom{2}{1} \cdot 0,65 \cdot 0,35 \cdot 0,65 \approx 0,718.$

```
0.65^2
.4225
Ans+0.35^2
.545
0.65^2+2 nCr 1*0.
65*0.35*0.65
.71825
```

15a $P(\text{bij de tweede herkansing slagen}) = P(\text{bij derde examen slagen}) = P(\bar{s}\bar{s}s) = 0,4 \cdot 0,7 \cdot 0,3 = 0,084.$

15b $P(\text{definitief afgewezen}) = P(\text{bij vierde examen niet slagen}) = P(\bar{s}\bar{s}\bar{s}\bar{s}) = 0,4 \cdot 0,7 \cdot 0,7 \cdot 0,7 \approx 0,137.$

```
0.4*0.7*0.3
.084
0.4*0.7^3
.1372
```

16a $P(\text{vier keer gooien}) = P(\bar{4}\bar{4}\bar{4}\bar{4}) = \left(\frac{3}{4}\right)^4 \cdot \frac{1}{4} \approx 0,105.$

```
(3/4)^3*1/4
.10546875
(3/4)^5*1/4
.0593261719
1/4+(3/4)^4*1/4
.4375
```

16b $P(\text{zes keer gooien}) = P(\bar{4}\bar{4}\bar{4}\bar{4}\bar{4}\bar{4}) = \left(\frac{3}{4}\right)^5 \cdot \frac{1}{4} \approx 0,059.$

16c $P(\text{minder dan drie keer gooien}) = P(4) + P(\bar{4}\bar{4}) = \frac{1}{4} + \left(\frac{3}{4}\right)^2 \approx 0,438.$

16d $P(\text{minstens drie keer gooien}) = 1 - P(\text{minder dan drie keer gooien}) = 1 - P(4) - P(\bar{4}\bar{4}) \approx 1 - 0,438 = 0,562.$

```
1-1/4-(3/4)^2
.5625
```

17a $25\% \text{ van } 28 = \frac{1}{4} \cdot 28 = 7 \Rightarrow P(\text{lid} = 2) = P(II) = \frac{\binom{7}{2}}{\binom{28}{2}} \approx 0,056.$

```
7 nCr 2/28 nCr 2
.0555555556
```

17b Nee, in 39b kan twee keer dezelfde sector worden aangewezen. (bij 17a kies je niet twee keer dezelfde leerling)

18a $P(\text{groen} = 2) = P(\underline{gg}\bar{g}) = \frac{\binom{16}{2} \cdot \binom{24}{1}}{\binom{40}{3}} \approx 0,291.$

```
16 nCr 2*24 nCr
1/40 nCr 3
.2914979757
```

18b $P(\text{blauw} \geq 1) = 1 - P(\text{blauw} = 0) = 1 - P(\bar{b}\bar{b}\bar{b}) = 1 - \frac{\binom{16}{3}}{\binom{40}{3}} \approx 0,943.$

```
1-16 nCr 3/40 nCr
3
.9433198381
```

18c $P(\text{groen} = 2) = P(\underline{gg}\bar{g}) = \binom{3}{2} \cdot P(\underline{gg}\bar{g}) = \binom{3}{2} \cdot \frac{16}{40} \cdot \frac{16}{40} \cdot \frac{24}{40} = 0,288.$

```
3 nCr 2*(16/40)^2
*24/40
.288
1-(16/40)^3
.936
```

18d $P(\text{blauw} \geq 1) = 1 - P(\text{blauw} = 0) = 1 - P(\bar{b}\bar{b}\bar{b}) = 1 - \frac{16}{40} \cdot \frac{16}{40} \cdot \frac{16}{40} = 0,936.$

19a $P(\text{meisjes} = 4) = P(\underline{m m m m}) = \left(\frac{12}{22}\right)^4 \approx 0,089.$ 19b $P(\text{meisjes} = 4) = P(\underline{m m m m}) = \frac{\binom{12}{4}}{\binom{22}{4}} \approx 0,068.$

```
(12/22)^4
.0885185438
12 nCr 4/22 nCr
4
.0676691729
```

20a $P(\text{vrouwen} = 3) = P(vvv) = \frac{\binom{38}{3}}{\binom{60}{3}} \approx 0,247.$ 20b $P(\text{vrouwen} = 3) = P(vvv) = \frac{38}{60} \cdot \frac{38}{60} \cdot \frac{38}{60} \approx 0,254.$

38 nCr 3/60 nCr 3
2465225015
(38/60)^3
.254037037

21 De eerste en de derde bewering zijn waar. (de tweede hoort bij het trekken met terugleggen van twee keer één knikker)

22a $P(rr) = \frac{p}{50} \cdot \frac{p-1}{49} = \frac{p \cdot (p-1)}{50 \cdot 49} = \frac{p^2 - p}{2450}.$

22b $P(\underline{rw}) = \binom{2}{1} \cdot P(rw) = 2 \cdot \frac{p}{50} \cdot \frac{50-p}{49} = \frac{2p \cdot (50-p)}{2450} = \frac{p \cdot (50-p)}{1225} = \frac{50p - p^2}{1225}.$

22c $P(\underline{rw}) = \frac{50p - p^2}{1225} > 0,5$ (met $p \leq 50$ en p geheel \Rightarrow TABLE) $\Rightarrow p = 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28.$

Plot1 Plot2 Plot3
V1 2*X/50*(50-X)
V2 0,5
V3 =
X
22
23
24
25
26
27
28
X=28

23a $P(rr) = \frac{10}{a} \cdot \frac{9}{a-1} = \frac{10 \cdot 9}{a \cdot (a-1)} = \frac{90}{a^2 - a}.$

23b $P(\underline{rb}) = \binom{2}{1} \cdot P(rb) = 2 \cdot \frac{10}{a} \cdot \frac{a-10}{a-1} = \frac{20 \cdot (a-10)}{a \cdot (a-1)} = \frac{20a - 200}{a^2 - a}.$

23c $P(\underline{rb}) = \frac{20a - 200}{a^2 - a} = \frac{10}{21}$ (met $a \geq 10$ en a geheel \Rightarrow TABLE) $\Rightarrow a = 15$ en $a = 28.$

Plot1 Plot2 Plot3
V1 10/X/21
V2 =
V3 =
X
12
13
14
15
16
17
18
X=15

X
24
25
26
27
28
29
30
X=28

24a $P(rr) = \frac{15}{n} \cdot \frac{14}{n-1} < 0,1$ (met $n \geq 15$ en n geheel \Rightarrow TABLE) $\Rightarrow n \geq 47.$

24b $P(\underline{rw}) = \binom{2}{1} \cdot P(rw) = 2 \cdot \frac{15}{n} \cdot \frac{n-15}{n-1} = \frac{30 \cdot (n-15)}{n \cdot (n-1)} = \frac{30n - 450}{n^2 - n}$
is maximaal (met $n \geq 15$ en n geheel \Rightarrow TABLE) voor $n = 29$ en $n = 30.$

Plot1 Plot2 Plot3
V1 15*14/X/(X-1)
V2 0,1
V3 =
X
45
46
47
48
49
50
51
X=47

Plot1 Plot2 Plot3
V1 2*15*(X-15)/X/(X-1)
V2 =
V3 =
X
28
29
30
31
X=30

25a $P(\text{rood} = 2) = P(\underline{rrrrrr}) = \frac{\binom{3}{2} \cdot \binom{7}{3}}{\binom{10}{5}} \approx 0,417.$

25c $P(\text{rood} = 2) = \frac{\binom{300}{2} \cdot \binom{700}{3}}{\binom{1000}{5}} \approx 0,309.$

25b $P(\text{rood} = 2) = \frac{\binom{30}{2} \cdot \binom{70}{3}}{\binom{100}{5}} \approx 0,316.$

25d $P(\text{rood} = 2) = \frac{\binom{3000}{2} \cdot \binom{7000}{3}}{\binom{10000}{5}} \approx 0,309.$

3 nCr 2*7 nCr 3/10 nCr 5
.4166666667
30 nCr 2*70 nCr 3/100 nCr 5
.3162795109

300 nCr 2*700 nCr 3/1000 nCr 5
.3094372232
3000 nCr 2*7000 nCr 3/10000 nCr 5
.3087735222

25e $P(\text{rood} = 2) = P(\underline{rrrrrr}) = \binom{5}{2} \cdot P(\underline{rrrrrr}) = \binom{5}{2} \cdot 0,3^2 \cdot 0,7^3 \approx 0,309.$
(N.B.: $\frac{3}{10} = \frac{30}{100} = \frac{300}{1000} = \frac{3000}{10000} = 0,3$ en $\frac{7}{10} = \frac{70}{100} = \frac{700}{1000} = \frac{7000}{10000} = 0,7$)

5 nCr 2*0,3^2*0,7^3
.3087

26a $P(\text{e-winkelen} = 0) = P(\underline{eeeeeeeeeeeeeeee}) = (1 - 0,30)^{15} = 0,70^{15} \approx 0,005.$

26b $P(\text{e-winkelen} = 2) = P(\underline{eeeeeeeeeeeeeeee}) = \binom{15}{2} \cdot 0,30^2 \cdot 0,70^{13} \approx 0,092.$

26c $P(\text{e-winkelen} \geq 2) = 1 - P(\text{e-winkelen} < 2) = 1 - P(\text{e-winkelen} = 0) - P(\text{e-winkelen} = 1) = 1 - 0,70^{15} - \binom{15}{1} \cdot 0,30 \cdot 0,70^{14} \approx 0,965.$

0,7^15
.0047475615
15 nCr 2*0,3^2*0,7^13
.0915601148

1-0,7^15-15 nCr 1*0,3*0,7^14
.9647324002

27a $P(\text{bijtend} = 0) = P(\underline{by by by by by by by by by}) = (1 - 0,15)^{10} = 0,85^{10} \approx 0,197.$

27b $P(\text{brandbaar} = 8 \text{ én bijtend} = 2) = P(\underline{br br br br br br br by by}) = \binom{10}{2} \cdot 0,60^8 \cdot 0,15^2 \approx 0,017.$

27c $P(\text{brandbaar} \geq 9) = P(\text{brandbaar} = 9) + P(\text{brandbaar} = 10) = \binom{10}{1} \cdot 0,60^9 \cdot 0,40 + 0,60^{10} \approx 0,046.$

0,85^10
.1968744043
10 nCr 2*0,6^8*0,15^2
.017006112
10 nCr 1*0,6^9*0,4+0,6^10
.0463574016

28a $P(\text{linkshandig} = 1) = P(\underline{l}) = \binom{2}{1} \cdot P(lr) = \binom{2}{1} \cdot 0,18 \cdot 0,82 \approx 0,295.$

28b $P(\text{linkshandig} \leq 1) = P(\text{linkshandig} = 0) + P(\text{linkshandig} = 1) = P(\underline{rrrrr}) + P(\underline{lrrrr}) = 0,82^5 + \binom{5}{1} \cdot 0,18 \cdot 0,82^4 \approx 0,778.$

28c $P(\text{linkshandig} \geq 1) = 1 - P(\text{linkshandig} < 1) = 1 - P(\text{linkshandig} = 0) = 1 - P(\underline{rrr...rr}) = 1 - 0,82^n > 0,99.$
Bladeren in de tabel $\Rightarrow n \geq 24 \Rightarrow$ gezelschap moet uit minstens 24 personen bestaan.

28d $P(\text{linkshandig} = 2) = P(\underline{ll}) = \frac{\binom{9}{2}}{\binom{50}{2}} \approx 0,029.$

2 nCr 1*0,18*0,8
.2952
2 nCr 2/50 nCr 2
.0293877551

0,82^5+5 nCr 1*0,18*0,82^4
.7776494272
Plot1 Plot2 Plot3
V1 1-0,82^X
V2 0,99
V3 =
V4 =
V5 =
V6 =
V7 =
X
20
21
22
23
24
25
26
X=24

50 U is de uitbetaling per klant. $P(U = 100) = P(rrr) = \frac{2}{20} \cdot \frac{1}{19} = \frac{1}{190}$;
 $P(U = 20) = P(rbb) = 2 \cdot P(rbb) = 2 \cdot \frac{2}{20} \cdot \frac{4}{19} = \frac{8}{190}$ en $P(U = 0) = 1 - \frac{1}{190} - \frac{8}{190} = \frac{181}{190}$.
 $E(U) = 100 \cdot \frac{1}{190} + 20 \cdot \frac{8}{190} + 0 \cdot \frac{181}{190} \approx 1,37$ (€/klant).

u	100	20	0
$P(U = u)$	$\frac{1}{190}$	$\frac{8}{190}$	$\frac{181}{190}$

De kansverdeling

$\frac{100 \cdot 1 + 20 \cdot 8 + 0 \cdot 181}{190}$
1.368421053

51a $W = U - 1$ is de winst (voor een deelnemer) per spel.

situatie 1 $P(W = 1) = P(\text{som} < 7) = \frac{15}{36}$ (zie het rooster) $\Rightarrow P(W = -1) = \frac{21}{36}$.

$E(W) = 1 \cdot \frac{15}{36} - 1 \cdot \frac{21}{36} = \frac{15}{36} - \frac{21}{36} = -\frac{6}{36}$ (\$/spel).

situatie 2 $P(W = 1) = P(\text{som} > 7) = \frac{15}{36}$ (zie het rooster) $\Rightarrow P(W = -1) = \frac{21}{36}$.

$E(W) = 1 \cdot \frac{15}{36} - 1 \cdot \frac{21}{36} = \frac{15}{36} - \frac{21}{36} = -\frac{6}{36}$ (\$/spel).

situatie 3 $P(W = 4) = P(\text{som} = 7) = \frac{6}{36}$ (zie het rooster) $\Rightarrow P(W = -1) = \frac{30}{36}$.

$E(W) = 4 \cdot \frac{6}{36} - 1 \cdot \frac{30}{36} = \frac{24}{36} - \frac{30}{36} = -\frac{6}{36}$ (\$/spel).

w	1	-1	6	7	8	9	10	11	12
$P(W = w)$	$\frac{15}{36}$	$\frac{21}{36}$	5	6	7	8	9	10	11
w	1	-1	4	5	6	7	8	9	10
$P(W = w)$	$\frac{15}{36}$	$\frac{21}{36}$	3	4	5	6	7	8	9
w	4	-1	2	3	4	5	6	7	8
$P(W = w)$	$\frac{6}{36}$	$\frac{30}{36}$	+ 1	2	3	4	5	6	7

51b $E(W) = (u - 1) \cdot \frac{6}{36} - 1 \cdot \frac{30}{36} = 0 \Rightarrow u - 1 = 5 \Rightarrow u = 6$. De uitbetaling (bij de som van het aantal ogen is 7) moet 6 dollar zijn.

52a $W = u - 10$. (in de ogen van de organisatoren)

$P(W = -90) = P(\text{drie gelijke}) = P(ggg) = 1 \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$.

$P(W = -5) = P(\text{twee gelijke}) = P(ggg) = \binom{3}{2} \cdot P(ggg) = 3 \cdot 1 \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6} = \frac{15}{36}$.

$P(W = 10) = 1 - \frac{1}{36} - \frac{15}{36} = \frac{20}{36}$.

$E(W) = -90 \cdot \frac{1}{36} - 5 \cdot \frac{15}{36} + 10 \cdot \frac{20}{36} = \frac{35}{36}$ (€/spel).

w	-90	-5	10
$P(W = w)$	$\frac{1}{36}$	$\frac{15}{36}$	$\frac{20}{36}$

$\frac{-90 \cdot 1 - 5 \cdot 15 + 10 \cdot 20}{36}$
35
Ans: 35
.9722222222
100+15*15
325
3930/325
12.09230769

52b Stel n prijzen van € 100. Daarbij horen $15n$ prijzen van € 15.

$100n + 15 \cdot 15n = 3930 \Rightarrow 325n = 3930 \Rightarrow n = \frac{3930}{325} \approx 12,1$. Dus 12 prijzen van is het meest waarschijnlijk.

53a In **situatie 2** is: $P(O = 1039) = 0,20$ en $P(O = 1039 - 250) = P(O = 789) = 0,80$.

$E(O) = 1039 \cdot 0,20 + 789 \cdot 0,8 = 839$ (€/fiets).

Omdat $839 < 889$ zal hij de fietsen tegen de adviesprijs van € 889,- verkopen.

o	1039	789
$P(O = o)$	0,2	0,8

53b Stel het percentage kopers dat de € 250,- euro komt opeisen p .

Los nu op: $E(O) = 1039 \cdot (1 - 0,01p) + 789 \cdot 0,01p = 889$. Dit geeft:

$1039 - 0,250p = 889 \Rightarrow -0,250p = -150 \Rightarrow p = 60$.

Hij verwacht minder dan 60% van de klanten na twee jaar terug.

o	1039	789
$P(O = o)$	$1 - 0,01p$	$0,01p$

54a $P(X = 1) = 0,99^{25}$ en $P(X = 26) = 1 - P(X = 1) = 1 - 0,99^{25}$.

$E(X) = 1 \cdot 0,99^{25} + 26 \cdot (-10,99^{25}) \approx 6,55$ (tests/groep van 25 personen).

54b 1000 personen zijn $\frac{1000}{25} = 40$ groepen van 25 personen.

Je verwacht (ongeveer) 262 tests. Dit is een besparing van 738 tests \Rightarrow een besparing van 73,8%.

54c $P(X = 1) = 0,99^{20}$ en $P(X = 21) = 1 - 0,99^{20}$.

$E(X) = 1 \cdot 0,99^{20} + 21 \cdot (-10,99^{20}) \approx 4,64$ (tests/groep van 20 personen).

Je verwacht nu (ongeveer) 232 tests.

54d $Y = 1$ en $Y = n + 1$ met als kansverdeling: $P(Y = 1) = 0,99^n$ en $P(Y = n + 1) = 1 - 0,99^n$.

54e $E(Y) = 1 \cdot 0,99^n + (n + 1) \cdot (1 - 0,99^n) = 0,99^n + n - n \cdot 0,99^n + 1 - 0,99^n = n + 1 - n \cdot 0,99^n$ (tests/groep van n personen).

Je verwacht $\frac{1000 \cdot (n + 1 - n \cdot 0,99^n)}{n} = \frac{1000n}{n} + \frac{1000}{n} - \frac{1000n \cdot 0,99^n}{n} = 1000 + \frac{1000}{n} - 1000 \cdot 0,99^n$ tests.

54f $1000 + \frac{1000}{n} - 1000 \cdot 0,99^n$ is minimaal (met $n \geq 1$ en n geheel \Rightarrow TABLE) voor $n = 11$.

Bij $n = 11$ horen ongeveer 196 test.

Dit is een besparing van 804 test (ten opzichte van iedereen afzonderlijk testen).

Plot1 Plot2 Plot3
Y1=1000+1000/X-
1000*0.99^X
Y2=

X	Y1
7	210,79
8	202,26
9	197,58
10	195,62
11	196,52
12	198,98
13	199,4

Y1=195.57083665

55 $P(\text{minstens één waardebon}) = 1 - P(\text{geen waardebon}) = 1 - P(\bar{w} \bar{w} \bar{w} \bar{w}) = 1 - \binom{17}{4} \approx 0,509$.

$1 - \binom{17}{4} nCr 4/20 nC$
.5087719298

56 $p = P(\text{succes}) = P(\text{minstens één prijs}) = 1 - P(\text{geen prijs}) = 1 - \binom{45}{3} \approx 0,276$.

57a $p = P(66) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$. (of zie het rooster hiernaast)

57b $p = P(\text{twee gelijke}) = P(\text{willekeurig aantal}) \cdot P(\text{hetzelfde aantal}) = 1 \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{6}$.

57c $p = P(\text{som} > 10) = P(\text{som is 11 of 12}) = \frac{3}{36}$. (zie het rooster hiernaast)

6	7	8	9	10	11	12
5	6	7	8	9	10	11
4	5	6	7	8	9	10
3	4	5	6	7	8	9
2	3	4	5	6	7	8
1	2	3	4	5	6	7
+ 1 2 3 4 5 6						

58a $p = P(\text{één kleur}) = P(rrr) + P(www) + P(ggg) = \frac{\binom{3}{3}}{\binom{10}{3}} + \frac{\binom{3}{3}}{\binom{10}{3}} + \frac{\binom{4}{3}}{\binom{10}{3}} = 0,05$.

58b $P(\text{geen keer succes}) = P(\bar{s}\bar{s}\bar{s}\bar{s}\bar{s}) = 0,95^5 \approx 0,774$.

58c $P(\text{alleen de eerste keer succes}) = P(s\bar{s}\bar{s}\bar{s}\bar{s}) = 0,05 \cdot 0,95^4 \approx 0,041$.

58d $P(\text{één keer succes}) = P(\underline{s\bar{s}\bar{s}\bar{s}\bar{s})} = \binom{5}{1} \cdot P(s\bar{s}\bar{s}\bar{s}\bar{s}) = \binom{5}{1} \cdot 0,05 \cdot 0,95^4 \approx 0,204$.

59a $n = 6$ en $p = \frac{8}{20} = 0,4$ (kort: binom(6, 0.4)) $\Rightarrow P(X = 4) = P(\underline{rrrrr}\bar{r}) = \binom{6}{4} \cdot 0,4^4 \cdot 0,6^2 \approx 0,138$.

59b $n = 12$ en $p = \frac{18}{20} = 0,9$ $\Rightarrow P(Y = 10) = P(\underline{wwwwwwww}\bar{w}\bar{w}) = \binom{12}{10} \cdot 0,9^{10} \cdot 0,1^2 \approx 0,230$.

59c Nee, ze pakt zonder terugleggen dus ze voert niet telkens hetzelfde experiment uit.

$P(Z = 3) = P(\underline{ggg}\bar{g}) = \binom{4}{3} \cdot P(ggg\bar{g}) = \binom{4}{3} \cdot \frac{10}{20} \cdot \frac{9}{19} \cdot \frac{8}{18} \cdot \frac{10}{17} \approx 0,248$.

60a binom(10, 0.3) $\Rightarrow P(X = 5) = P(\underline{sssss}\bar{s}\bar{s}\bar{s}\bar{s}\bar{s}) = \binom{10}{5} \cdot 0,3^5 \cdot 0,7^5 \approx 0,103$.

60b binom(5, 0.3) $\Rightarrow P(\bar{s}\bar{s}\bar{s}\bar{s}s) = 0,7^4 \cdot 0,3 \approx 0,072$.

61a De letter b , want $P(X = k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1 - p)^{n-k}$.

61b $P(\text{succes}) = b$ en $P(\text{mislukking}) = a \Rightarrow a + b = 1$. Hieruit volgt $(a + b)^n = 1^n = 1$.

Rechts van het $=$ -teken in het binomium van Newton staan de kansen op alle mogelijke uitkomstens bij een binomiaal kansexperiment. Dus de som van alle kansen is 1.

62a $P(X \leq 2) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) = 0,512 + 0,384 + 0,096 = 0,992$.

62b $P(X \leq 3)$ is de kans op alle mogelijke uitkomsten bij dit experiment en deze kans is 1.

62c Er zijn geen waarden kleiner dan 0 mogelijk.

62d Zie de tabel hiernaast.

x	0	1	2	3
$P(X \leq x)$	0,512	0,896	0,992	1

*** **Neem GR - practicum 2 door.** (zie aan het eind van deze uitwerkingen)

63a $P(W = 3) = \text{binompdf}(10, \frac{1}{6}, 3) \approx 0,155$.

63b $P(R \leq 5) = \text{binomcdf}(12, \frac{2}{6}, 5) \approx 0,822$.

63c $P(B \geq 1) = 1 - P(B = 0) = 1 - \text{binompdf}(9, \frac{3}{6}, 0) \approx 0,998$.

63d $P(\underline{bbbbrrrr}) = \binom{8}{5} \cdot (\frac{3}{6})^5 \cdot (\frac{2}{6})^3 \approx 0,065$.

63e $P(\underline{bbbbbbrrrrrrwww}) = \binom{16}{8} \cdot \binom{8}{5} \cdot (\frac{3}{6})^8 \cdot (\frac{2}{6})^5 \cdot (\frac{1}{6})^3 \approx 0,054$.

64a $P(E = 5) = \text{binompdf}(10, 0,55, 5) \approx 0,234$.

64b $P(\bar{e}\bar{e}\bar{e}\bar{e}\bar{e}) = 0,45^2 \cdot 0,55^6 \approx 0,019$.

65a X is het aantal keer twee rode knikkers. $p = P(rr) = \frac{6}{9} \cdot \frac{5}{8} = \frac{30}{72} = \frac{5}{12}$.

$P(X = 3) = \text{binompdf}(8, \frac{5}{12}, 3) \approx 0,274$.

65b $p = P(ww) = \frac{3}{9} \cdot \frac{2}{8} = \frac{6}{72} = \frac{1}{12} \Rightarrow P(Y \leq 2) = \text{binomcdf}(8, \frac{1}{12}, 2) \approx 0,976$.

65c $p = 1 - P(rr) - P(ww) = 1 - \frac{5}{12} - \frac{1}{12} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2} \Rightarrow P(Z = 4) = \text{binompdf}(8, \frac{1}{2}, 4) \approx 0,273$.

65d $P(\underline{R=4 \text{ en } Z=4}) = \binom{8}{4} \cdot (\frac{5}{12})^4 \cdot (\frac{1}{2})^4 \approx 0,132$.

```
6 nCr 4*0.4^4*0.6^2
.13824
```

```
0.95^5
.7737809375
0.05*0.95^4
.0407253125
Ans*5
.2036265625
```

```
4*10*9*8*10/20/19
.2476780186
10 nCr 3*10/20 n
.2476780186
```

```
10 nCr 5*0.3^5*0.7^5
.1029193452
0.7^4*0.3
.07203
```

OF: $\frac{\binom{10}{3} \cdot \binom{10}{1}}{\binom{20}{4}} \approx 0,248$

de toets met de komma is de toets boven de 7-toets

heb je een cijfer fout ingetoetst of wil je enkele cijfers wijzigen roep dan de vorige regel op met **2nd** **ENTER**

```
binomPdf(10, 0.55, 5)
.2340327076
0.45*0.55^4
.0185300156
```

```
6/9*5/8*Frac
5/12
binomPdf(8, 5/12, 3)
.2736139726
```

```
binomcdf(8, 1/12, 2)
.9764600701
binomPdf(8, 1/2, 4)
.2734375
```

```
8 nCr 4*(5/12)^4
*(1/2)^4
.1318660783
```

66a $P(X = 10) = \text{binompdf}(60, 0.16, 10) \approx 0,136.$

```
binompdf(60,0.16,10)
.1356753885
binomcdf(60,0.16,2)
.5675865672
```

66b $P(Y \leq 2) = \text{binomcdf}(60, \frac{1}{4} \times 0.16, 2) \approx 0,568.$

66c $P(Z = \frac{1}{4} \times 60) = \text{binompdf}(60, \frac{3}{4} \times 0.16, \frac{1}{4} \times 60) \approx 0,003.$

```
binompdf(60,0.16,15)
.0026019702
```

67 X is het aantal ondeugdelijke accu's. $P(X \leq 3) = \text{binomcdf}(54, 0.20, 3) \approx 0,003.$

```
binomcdf(54,0.20,3)
.0028733122
```

68a $p = P(\text{ogen} > 5) = \frac{2}{6} \Rightarrow P(X \leq 10) = \text{binomcdf}(15, \frac{2}{6}, 10) \approx 0,998.$

```
binomcdf(15,2/6,10)
.998192824
binompdf(18,15/36,5)
.0974409638
```

68b $p = P(\text{som} > 7) = \frac{15}{36}$ (zie het rooster) $\Rightarrow P(Y = 5) = \text{binompdf}(18, \frac{15}{36}, 5) \approx 0,097.$

6	7	8	9	10	11	12
5	6	7	8	9	10	11
4	5	6	7	8	9	10
3	4	5	6	7	8	9
2	3	4	5	6	7	8
1	2	3	4	5	6	7
+ 1 2 3 4 5 6						

69a $P(X \geq 4).$

69f $P(12 \leq X \leq 20) = P(X \leq 20) - P(X \leq 11).$

69b $P(X < 8).$

69g $P(4 < X < 12) = P(X \leq 11) - P(X \leq 4).$

69c $P(X > 5) = 1 - P(X \leq 5).$

69h $P(2 \leq X < 5) = P(X \leq 4) - P(X \leq 1).$

69d $P(X \geq 10) = 1 - P(X < 10) = 1 - P(X \leq 9).$

69i $P(4 < X \leq 8) = P(X \leq 8) - P(X \leq 4).$

69e $P(X < 7) = P(X \leq 6).$

69j $P(X \text{ tussen } 8 \text{ en } 20) = P(8 < X < 20) = P(X \leq 19) - P(X \leq 8).$

70a $P(X < 10) = P(X \leq 9) = \text{binomcdf}(25, 0.42, 9) \approx 0,347.$

```
binomcdf(25,0.42,9)
.3465197315
1-binomcdf(25,0.42,7)
.8893514177
```

70b $P(X \geq 8) = 1 - P(X \leq 7) = 1 - \text{binomcdf}(25, 0.42, 7) \approx 0,889.$

70c $P(X > 12) = 1 - P(X \leq 12) = 1 - \text{binomcdf}(25, 0.42, 12) \approx 0,208.$

70d $P(9 < X < 16) = \text{binomcdf}(25, 0.42, 15) - \text{binomcdf}(25, 0.42, 9) \approx 0,631.$

70e $P(X \geq 6) = 1 - P(X \leq 5) = 1 - \text{binomcdf}(25, 0.42, 5) \approx 0,982.$

70f $P(X = 9) + P(X = 10) = \text{binompdf}(25, 0.42, 9) + \text{binompdf}(25, 0.42, 10) \approx 0,294.$

```
1-binomcdf(25,0.42,12)
.2080231503
binomcdf(25,0.42,15)-binomcdf(25,0.42,9)
.6314541052
```

```
1-binomcdf(25,0.42,5)
.9815972238
binompdf(25,0.42,9)+binompdf(25,0.42,10)
.2941242942
```

71a $P(A \geq 5) = 1 - P(A \leq 4) = 1 - \text{binomcdf}(10, \frac{3}{6}, 4) \approx 0,623.$

```
1-binomcdf(10,3/6,4)
.623046875
binomcdf(25,3/6,19)-binomcdf(25,3/6,10)
.7857832306
```

71b $P(10 < A < 20) = \text{binomcdf}(25, \frac{3}{6}, 19) - \text{binomcdf}(25, \frac{3}{6}, 10) \approx 0,786.$

71c $P(A > 60) = 1 - P(A \leq 60) = 1 - \text{binomcdf}(100, \frac{3}{6}, 60) \approx 0,018.$

71d $P(K = 7) = \text{binompdf}(35, \frac{1}{6}, 7) \approx 0,146.$

```
1-binomcdf(100,3/6,60)
.0176001
binompdf(35,1/6,7)
.145722847
```

72a $P(X > 20) = 1 - P(X \leq 20) = 1 - \text{binomcdf}(80, 0.137, 20) \approx 0,002.$

```
1-binomcdf(80,0.137,20)
.0021337548
```

72b $P(Y \leq 15) = \text{binomcdf}(80, 0.286, 15) \approx 0,030.$

72c $P(16 < Z < 32) = \text{binomcdf}(80, 0.332, 31) - \text{binomcdf}(80, 0.332, 16) \approx 0,872.$

```
binomcdf(80,0.286,15)
.0302285689
```

```
0.20*80 16
0.40*80 32
binomcdf(80,0.332,31)-binomcdf(80,0.332,16)
.8720278115
```

73a X is het aantal keer twee rode knikkers. $p = P(rr) = \frac{12}{25} \cdot \frac{11}{24} = \frac{11}{50}$.
 $P(X = 3) = \text{binompdf}(15, \frac{11}{50}, 3) \approx 0,246.$

```
12/25*11/24+frac
binompdf(15,11/50,3)
.2457053831
```

73b Y is het aantal keer één zwarte knikker. $p = P(z\bar{z}) = \binom{2}{1} P(z\bar{z}) = 2 \cdot \frac{8}{25} \cdot \frac{17}{24} = \frac{34}{75}$.

$P(Y \geq 10) = 1 - P(Y \leq 9) = 1 - \text{binomcdf}(15, \frac{34}{75}, 9) \approx 0,081.$

```
2*8/25*17/24+frac
1-binomcdf(15,34/75,9)
.0808104939
```

73c Z is het aantal keer twee knikkers van dezelfde kleur. $p = P(rr) + P(zz) + P(ww) = \frac{12}{25} \cdot \frac{11}{24} + \frac{8}{25} \cdot \frac{7}{24} + \frac{5}{25} \cdot \frac{4}{24} = \frac{26}{75}$.

$P(Z < 6) = P(Z \leq 5) = \text{binomcdf}(15, \frac{26}{75}, 5) \approx 0,575.$

73d W is het aantal keer minstens één rode knikkers. $p = 1 - P(\bar{r}\bar{r}) = 1 - \frac{13}{25} \cdot \frac{12}{24} = \frac{37}{50}$.

$P(W \geq 8) = 1 - P(W \leq 7) = 1 - \text{binomcdf}(15, \frac{37}{50}, 7) \approx 0,978.$

```
(12*11+8*7+5*4)/25/24+frac
binomcdf(15,26/75,5)
.575162047
```

```
1-13/25*12/24+frac
1-binomcdf(15,37/50,7)
.9780988067
```

74a X is het aantal keer twee keer munt. $p = P(mm) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$.
 $P(X \leq 5) = \text{binomcdf}(30, \frac{1}{4}, 5) \approx 0,203.$

```
binomcdf(30,1/4,5)
.2025980742
binompdf(18,21/36,5)
.0066026349
```

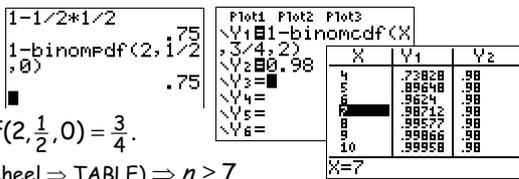
74b Y is het aantal keer som ≥ 7 . $p = P(\text{som} \geq 7) = \frac{21}{36}$ (zie het rooster naast 51a). $P(Y = 5) = \text{binompdf}(18, \frac{21}{36}, 5) \approx 0,007.$

75a X is het aantal keer munt. $P(X \geq 5) = 1 - P(X \leq 4) = 1 - \text{binomcdf}(n, \frac{1}{2}, 4)$.
 $1 - \text{binomcdf}(n, \frac{1}{2}, 4) > 0,99$ (met $n \geq 5$ en n geheel \Rightarrow TABLE) $\Rightarrow n \geq 19.$

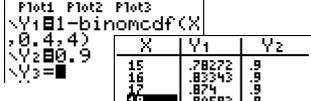
X	Y1	Y2
15	.94077	.99
16	.86159	.99
17	.77540	.99
18	.68456	.99
19	.59033	.99
20	.49408	.99
21	.39644	.99

X=19

75b $p = P(\text{minstens één munt}) = 1 - P(\text{geen munt}) = 1 - P(kk) = 1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$.
 Of: $p = P(\text{minstens één munt}) = P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - \text{binompdf}(2, \frac{1}{2}, 0) = \frac{3}{4}$.
 $P(Y > 2) = 1 - P(Y \leq 2) = 1 - \text{binomcdf}(n, \frac{3}{4}, 2) > 0,98$ (met $n > 2$ en n geheel \Rightarrow TABLE) $\Rightarrow n \geq 7$.



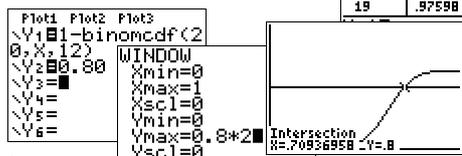
76 $P(X \geq 5) = 1 - P(X \leq 4) = 1 - \text{binomcdf}(n, 0,4, 4) > 0,9$ (n geheel \Rightarrow TABLE) $\Rightarrow n \geq 18$.
 Hij moet minstens 18 vrije worpen nemen.



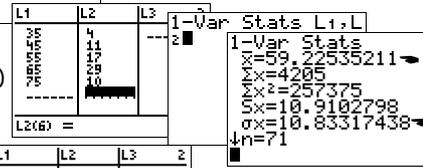
77 $P(\text{ww}) = \frac{6}{10} \cdot \frac{5}{9}$. X is het aantal keer twee wit.
 $P(X \geq 3) = 1 - P(X \leq 2) = 1 - \text{binomcdf}(n, \frac{6}{10}, \frac{5}{9}, 2) > 0,95$ (n geheel \Rightarrow TABLE) $\Rightarrow n \geq 17$.



78 $P(X > 12) = 1 - P(X \leq 12) = 1 - \text{binomcdf}(20, p, 12)$.
 $1 - \text{binomcdf}(20, p, 12) \geq 0,80$ (intersect) $\Rightarrow p \geq 0,71$.



79 De volgorde is V5a, V5d, V5b, V5c.
 (denk aan een hoeveelheid zand die op een hoop wordt gekiept)

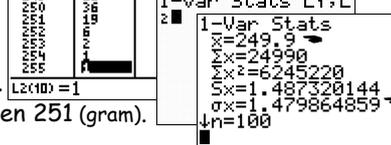


*** **Neem GR - practicum 3 door.** (zie aan het eind van deze uitwerkingen)

80 1-Var Stats L1,L2 geeft $\bar{x} \approx 59,2$ en $\sigma \approx 10,8$.

81a Maak lijsten op de GR. (in L1 de gewichten en in L2 de frequenties)
 1-Var Stats L1, L2 $\Rightarrow \bar{x} = 249,9$ (gram) en $\sigma \approx 1,5$ (gram).

81b $\bar{x} - \sigma \approx 249,9 - 1,5 = 248,4$ (gram) en $\bar{x} + \sigma \approx 249,9 + 1,5 = 251,4$ (gram).
 Tussen deze grenzen liggen de pakken met een gewicht van 249, 250 en 251 (gram).
 Dus $22 + 36 + 19 = 77$ pakken.

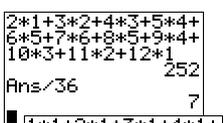


82a Het meest waarschijnlijk is 8 cm. 8b Het meest waarschijnlijk is 1,8.

83a $P(Z = 4) = \frac{3}{36}$ (zie het rooster hiernaast).

83b De kansverdeling van het aantal ogen bij het gooien met twee dobbelstenen.

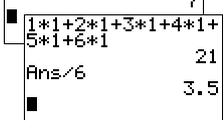
z	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$Z = z$	$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{1}{36}$



6	7	8	9	10	11	12
5	6	7	8	9	10	11
4	5	6	7	8	9	10
3	4	5	6	7	8	9
2	3	4	5	6	7	8
1	2	3	4	5	6	7

+ g r o e n

83c $E(X) = E(Y) = 1 \cdot \frac{1}{6} + 2 \cdot \frac{1}{6} + 3 \cdot \frac{1}{6} + 4 \cdot \frac{1}{6} + 5 \cdot \frac{1}{6} + 6 \cdot \frac{1}{6} = 3,5$.
 $E(X+Y) = E(Z) = 7$
 $E(X) + E(Y) = 3,5 + 3,5 = 7 \Rightarrow E(X+Y) = E(X) + E(Y)$.



84a $P(\text{ma, di en wo droog}) = 0,80 \cdot 0,40 \cdot 0,60 = 0,192$.

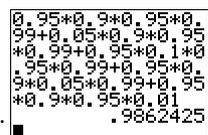
84b $P(\text{ma, di en wo regen en do en vr droog}) = 0,2 \cdot 0,6 \cdot 0,4 \cdot 0,6 \cdot 0,9 \approx 0,026$.

84c $X = 2$ betekent dat het op twee van de 5 dagen regent. Dus $\binom{5}{2} = 10$ kansen te berekenen.

84d $X = X_{\text{ma}} + X_{\text{di}} + X_{\text{wo}} + X_{\text{do}} + X_{\text{vr}}$ is het aantal dagen dat het de periode regent. Met $X = 0, X = 1, X = 2, \dots, X = 5$.
 Zo is bijvoorbeeld $X = 1 + 0 + 1 + 0 + 1 = 3$ als $X_{\text{ma}} = X_{\text{wo}} = X_{\text{vr}} = 1$ en $X_{\text{di}} = X_{\text{do}} = 0$ (het alleen ma, wo en vr regent).

84e $E(X) = E(X_{\text{ma}} + X_{\text{di}} + X_{\text{wo}} + X_{\text{do}} + X_{\text{vr}}) = E(X_{\text{ma}}) + E(X_{\text{di}}) + E(X_{\text{wo}}) + E(X_{\text{do}}) + E(X_{\text{vr}}) = 0,2 + 0,6 + 0,4 + 0,4 + 0,1 = 1,7$.

85a $P(\text{hoogstens één}) = P(\text{geen}) + P(\text{één}) = 0,95 \cdot 0,9 \cdot 0,95 \cdot 0,99 + 0,05 \cdot 0,9 \cdot 0,95 \cdot 0,99 + 0,95 \cdot 0,1 \cdot 0,95 \cdot 0,99 + 0,95 \cdot 0,9 \cdot 0,05 \cdot 0,99 + 0,95 \cdot 0,9 \cdot 0,95 \cdot 0,01 \approx 0,986$.

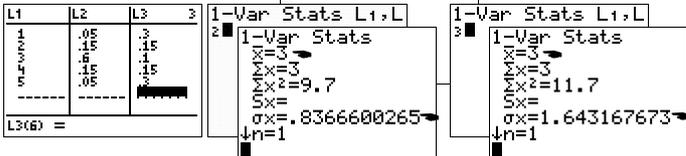


85b $E(\text{aantal}_1 + \text{aantal}_2 + \text{aantal}_3 + \text{aantal}_4) = E(\text{aantal}_1) + \dots + E(\text{aantal}_4) = 0,05 + 0,10 + 0,05 + 0,01 = 0,21$.

85c De te verwachten reparatiekosten per jaar zijn $12 \cdot 0,21 \cdot 550 = 1386$ euro.

86a 1-Var Stats L1,L2 geeft $E(X) = 3$ en $\sigma_X \approx 0,84$.

86b 1-Var Stats L1,L3 geeft $E(Y) = 3$ en $\sigma_Y \approx 1,64$.



87a Kansverdeling van X
1-Var Stats L1,L2 geeft
 $E(X) = 7,6$ en $\sigma_X \approx 1,020$.

x	6	7	8	9
$X = x$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{5}$

L1	L2	L3	3
0	0	.66667	
1	0	.33333	
2	0	0	
3	0	0	
4	0	0	
5	0	0	
6	0	0	
7	0	0	
8	0	0	
9	0	0	
L3(7) =			

1-Var Stats L1,L

X=	7.6
Σx=	58.8
Sx=	1.019803903
ln=	1

1-Var Stats L1,L

X=	6.666666667
Σx=	66.66666667
Sx=	1.333333333
ln=	1

87b Kansverdeling van Y
1-Var Stats L1,L3 geeft
 $E(Y) \approx 0,667$ en $\sigma_Y \approx 0,943$.

y	0	2
$Y = y$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$

L1	L2	L3	2
0	.33333		
1	.33333		
2	.33333		
3	0		
4	0		
5	0		
6	0		
7	0		
8	0		
9	0		
L2(6) =	1/15		

1-Var Stats L1,L

X=	0.266666667
Σx=	2.666666667
Sx=	0.9428090416
ln=	1

87c Bijvoorbeeld bij $S = 8$ horen de kaartjes $\boxed{6|2}$ en $\boxed{8|0}$, dat zijn er 5 van de 15.
1-Var Stats L1,L2 geeft $E(S) \approx 8,267$ en $\sigma_S \approx 1,389$.

L1	L2	L3	2
6	.13333		
7	.13333		
8	.13333		
9	.13333		
10	.13333		
11	.13333		
L2(6) =	1/15		

1-Var Stats L1,L

X=	8.266666667
Σx=	82.66666667
Sx=	1.388844444
ln=	1

87d $E(X+Y) = E(S) \approx 8,267$ en $E(X) + E(Y) \approx 7,6 + 0,667 = 8,267 \Rightarrow E(X+Y) = E(X) + E(Y)$.

$\sigma_{X+Y} = \sigma_Z \approx 1,389$ en $\sigma_X + \sigma_Y \approx 1,020 + 0,943 = 1,963 \Rightarrow \sigma_{X+Y} \neq \sigma_X + \sigma_Y$.

87e $\sigma_{X+Y}^2 = \sigma_Z^2 \approx 1,389^2 \approx 1,93$ en $\sigma_X^2 + \sigma_Y^2 \approx 1,020^2 + 0,943^2 \approx 1,93$. Dit klopt.

1.389 ²	1.929321
1.020 ² +0.943 ²	1.929649

88a $E(T) = E(X+Y) = E(X) + E(Y) = 16 + 30 = 46$ (sec).

88b $\sigma_T = \sigma_{X+Y} = \sqrt{\sigma_X^2 + \sigma_Y^2} = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13} \approx 3,6$ (sec)

2 ² +3 ²	13
√(13)	3.605551275

89 $E(B) = E(N+T) = E(N) + E(T) = 230 + 30 = 260$ (gram).

$\sigma_B = \sigma_{N+T} = \sqrt{\sigma_N^2 + \sigma_T^2} = \sqrt{12^2 + 5^2} = \sqrt{169} = 13$ (gram)

12 ² +5 ²	169
√(169)	13

90a De som $X+Y$ is steeds 7, dus de standaardafwijking is 0.

90b X en Y zijn (niet on)afhankelijk.

91a $p = P(\text{succes}) = P(B=1) \Rightarrow P(\text{mislukking}) = P(B=0) = 1-p$. (zie de tabel hiernaast)

91b $E(B) = 0 \cdot (1-p) + 1 \cdot p = p$.

91c $E(Z) = \underbrace{E(B) + E(B) + E(B) + \dots + E(B)}_{n \text{ keer}} = n \cdot p = np$.

91d $p = 0,2$ 1-Var Stats L1,L2 geeft $\sigma_B = 0,4$
 $\sqrt{0,2 \cdot (1-0,2)} = \sqrt{0,2 \cdot 0,8} = \sqrt{0,16} = 0,4 \Rightarrow$ de regel klopt voor $p = 0,2$.

$p = 0,5$ 1-Var Stats L1,L2 geeft $\sigma_B = 0,5$
 $\sqrt{0,5 \cdot (1-0,5)} = \sqrt{0,5 \cdot 0,5} = 0,5 \Rightarrow$ de regel klopt voor $p = 0,5$.

$p = 0,8$ 1-Var Stats L1,L2 geeft $\sigma_B = 0,4$
 $\sqrt{0,8 \cdot (1-0,8)} = \sqrt{0,8 \cdot 0,2} = 0,4 \Rightarrow$ de regel klopt voor $p = 0,8$.

b	0	1
$B = b$	$1-p$	p

L1	L2	L3	2
0	.8		
1	.2		
L2(3) =			

1-Var Stats L1,L

X=	0.2
Σx=	2
Sx=	0.4
ln=	1

L1	L2	L3	2
0	.5		
1	.5		
L2(3) =			

1-Var Stats L1,L

X=	0.5
Σx=	5
Sx=	0.5
ln=	1

91e $\sigma_Z = \underbrace{\sigma_{B+B+B+\dots+B}}_{n \text{ keer}} = \sqrt{\underbrace{\sigma_B^2 + \sigma_B^2 + \sigma_B^2 + \dots + \sigma_B^2}_{n \text{ keer}}} = \sqrt{p(1-p) + p(1-p) + p(1-p) + \dots + p(1-p)} = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)}$.

92a X is het aantal juist beantwoorde vragen.

$E(X) = n \cdot p = 50 \cdot \frac{1}{4} = 12,5$ en $\sigma_X = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{50 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4}} \approx 3,06$.

$P(X = 12,5) = 0$. (je kunt geen halve vragen juist beantwoorden)

92b $E(X) + 2\sigma_X \approx 12,5 + 2 \cdot 3,06 \approx 18,62$.

$P(X \geq 18,62) = 1 - P(X \leq 18) = 1 - \text{binomcdf}(50, \frac{1}{4}, 18) \approx 0,029$.

50*1/4	12.5
√(12.5*3/4)	3.061862178
12.5+2*Ans	18.62372436
1-binomcdf(50,1/4,18)	.0287331594

93a X is het aantal ondervraagden met een voorkeur voor partij A.

$E(X) = n \cdot p = 200 \cdot 0,18 = 36$ en $\sigma_X = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{36 \cdot 0,82} \approx 5,43$.

$E(X) - \sigma_X \approx 36 - 5,43 = 30,57$ en $E(X) + \sigma_X \approx 36 + 5,43 = 41,43$.

$P(30,57 < X < 41,43) = P(X \leq 41) - P(X \leq 30) = \text{binomcdf}(200, 0,18, 41) - \text{binomcdf}(200, 0,18, 30) \approx 0,689$.

200*0.18	36
√(36*0.82)	5.433231083
36-X	30.56676892

36+X	41.43323108
binomcdf(200,0.18,41)	0.6888915646
binomcdf(200,0.18,30)	

93b Y is het aantal ondervraagden met een voorkeur voor partij A.

$E(y) = n \cdot p = 500 \cdot 0,18 = 90$ en $\sigma_Y = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{90 \cdot 0,82} \approx 8,59$.

$E(y) - \sigma_Y \approx 90 - 8,59 = 81,41$ en $E(y) + \sigma_Y \approx 90 + 8,59 = 98,59$.

$P(81,41 < Y < 98,59) = P(Y \leq 98) - P(Y \leq 81) = \text{binomcdf}(500, 0,18, 98) - \text{binomcdf}(500, 0,18, 81) \approx 0,678$.

500*0.18	90
√(90*0.82)	8.590692638
90-X	81.40930736

90+X	98.59069264
binomcdf(500,0.18,98)	0.6776589852
binomcdf(500,0.18,81)	

93c $E(X) - 2 \cdot \sigma_X \approx 36 - 2 \cdot 5,43 = 25,14$ en $E(X) + 2 \cdot \sigma_X \approx 36 + 2 \cdot 5,43 = 46,86$.

$P(25,14 < X < 46,86) = P(X \leq 46) - P(X \leq 25) = \text{binomcdf}(200, 0,18, 46) - \text{binomcdf}(200, 0,18, 25) \approx 0,947$.

$E(y) - 2 \cdot \sigma_Y \approx 90 - 2 \cdot 8,59 = 72,82$ en $E(y) + 2 \cdot \sigma_Y \approx 90 + 2 \cdot 8,59 = 107,18$.

$P(72,82 < Y < 107,18) = P(Y \leq 107) - P(Y \leq 72) = \text{binomcdf}(500, 0,18, 107) - \text{binomcdf}(500, 0,18, 72) \approx 0,959$.

binomcdf(200,0.18,46)	0.9474099484
binomcdf(200,0.18,25)	
binomcdf(500,0.18,107)	0.9586058421
binomcdf(500,0.18,72)	

94a $p = P(\text{minstens 9 met twee dobbelstenen}) = \frac{10}{36}$. (zie de tabel hiernaast)

X is het aantal keer minstens 9 ogen.

$P(X \leq 90) = \text{binomcdf}(360, \frac{10}{36}, 90) \approx 0,131$.

```
binomcdf(360, 10/36, 90)
.1312960534
```

6	7	8	9	10	11	12
5	6	7	8	9	10	11
4	5	6	7	8	9	10
3	4	5	6	7	8	9
2	3	4	5	6	7	8
1	2	3	4	5	6	7
+ 1	2	3	4	5	6	7

```
360*10/36
100
sqrt(100*26/36)
8.498365856
1-binomcdf(360, 10/36, 108)
.1565813167
```

94b $E(X) = n \cdot p = 360 \cdot \frac{10}{36} = 100$ en $\sigma_X = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{100 \cdot \frac{26}{36}} \approx 8,50$.

$E(X) + \sigma_X \approx 108,50$.

$P(X \geq 108,50) = 1 - P(X \leq 108) = 1 - \text{binomcdf}(360, \frac{10}{36}, 108) \approx 0,159$.

Diagnostische toets

D1a $P(r = 2) = P(\underline{rrrrrrrr}) = \binom{7}{2} \cdot P(\underline{rrrrrrrr}) = \binom{7}{2} \cdot (\frac{3}{6})^2 \cdot (\frac{3}{6})^5 \approx 0,164$.

```
7 nCr 2*(3/6)^2*(3/6)^5
.1640625
7 nCr 5*(3/6)^5*(2/6)^2
.0729166667
```

D1b $P(\underline{rrrrrrww}) = \binom{7}{5} \cdot P(\underline{rrrrrrww}) = \binom{7}{5} \cdot (\frac{3}{6})^5 \cdot (\frac{2}{6})^2 \approx 0,073$.

D1c $P(\bar{b} \geq 6) = P(\bar{b} = 6) + P(\bar{b} = 7) = P(\underline{bbbbb\bar{b}}) + P(\underline{bbbbb\bar{b}}) = \binom{7}{6} \cdot (\frac{5}{6})^6 \cdot \frac{1}{6} + (\frac{5}{6})^7 \approx 0,670$.

```
7 nCr 6*(5/6)^6*(1/6) + (5/6)^7
.6697959534
1-7 nCr 6*(3/6)^6*(3/6)^1
.9375
```

D1d $P(r \leq 5) = 1 - P(r = 6) - P(r = 7) = P(\underline{rrrrrrr}) - P(\underline{rrrrrrrr}) = 1 - \binom{7}{6} \cdot (\frac{3}{6})^6 \cdot \frac{3}{6} - (\frac{3}{6})^7 \approx 0,938$.

D2a $P(\text{twee knikkers pakken}) = P(\text{eerst blauw en dan pas groen}) = P(\underline{bg}) = \frac{5}{12} \cdot \frac{7}{11} \approx 0,265$.

```
5*7/12/11
.2651515152
5*4*3*2*7/12/11/10/9/8
.0088383838
```

D2b $P(\text{vijf knikkers pakken}) = P(\underline{bbbbb}) = \frac{5}{12} \cdot \frac{4}{11} \cdot \frac{3}{10} \cdot \frac{2}{9} \cdot \frac{7}{8} \approx 0,009$.

D3 $P(\text{som} = 17) = P(\underline{665}) = \binom{3}{2} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{72}$.

```
3 nCr 2*(1/6)^3*1/6
1/72
```

$P(\text{minstens één van de } n \text{ keer som} = 17) = 1 - P(\text{geen van de } n \text{ keer som} = 17) = 1 - P(\underline{17 \ 17 \dots 17}) = 1 - (\frac{71}{72})^n > 0,4$.

Bladeren in de tabel $\Rightarrow n \geq 37 \Rightarrow$ Jeroen moet minstens 37 keer met drie dobbelstenen gooien.

X	V1	V2
32	.3698	.4
34	.3745	.4
35	.3808	.4
36	.3859	.4
37	.4039	.4
38	.4128	.4
39	.4203	.4

X=37

D4a $P(\text{vrouwen} = 3) = P(\underline{vvvmm}) = \frac{\binom{7}{3} \cdot \binom{9}{2}}{\binom{16}{5}} \approx 0,288$.

```
7 nCr 3*9 nCr 2/16 nCr 5
.2884615385
```

D4b $P(\text{vrouwen} = 3) = P(\underline{vvvmm}) = \binom{5}{3} \cdot P(\underline{vvvmm}) = \binom{5}{3} \cdot (\frac{7}{16})^3 \cdot (\frac{9}{16})^2 \approx 0,265$.

```
5 nCr 3*(7/16)^3*(9/16)^2
.2649593353
```

D5a $P(X = 3) = P(\underline{rrrrr}) = \frac{\binom{6}{3} \cdot \binom{7}{2}}{\binom{13}{5}} \approx 0,326$.

```
6 nCr 3*7 nCr 2/13 nCr 5
.3263403263
```

D5c $P(Y \geq 3) = P(Y = 3) + P(Y = 4) = \frac{\binom{4}{3} \cdot \binom{9}{2}}{\binom{13}{5}} + \frac{\binom{4}{4} \cdot \binom{9}{1}}{\binom{13}{5}} \approx 0,119$.

D5b $P(X > 3) = P(X = 4) + P(X = 5) = \frac{\binom{6}{4} \cdot \binom{7}{1}}{\binom{13}{5}} + \frac{\binom{6}{5}}{\binom{13}{5}} \approx 0,086$.

```
6 nCr 4*7 nCr 1+6 nCr 5
111
Ans/13 nCr 5
.0862470862
```

```
4 nCr 3*9 nCr 2+1*9 nCr 1
153
Ans/13 nCr 5
.118811189
```

- D6 \square $P(\text{Gerben pakt 1 keer}) = P(b) = \frac{10}{14} \approx 0,714$.
 $P(\text{Gerben pakt 2 keer}) = P(rb) = \frac{4}{14} \cdot \frac{10}{13} \approx 0,220$.
 $P(\text{Gerben pakt 3 keer}) = P(rrb) = \frac{4}{14} \cdot \frac{3}{13} \cdot \frac{10}{12} \approx 0,055$.
 $P(\text{Gerben pakt 4 keer}) = P(rrrb) = \frac{4}{14} \cdot \frac{3}{13} \cdot \frac{2}{12} \cdot \frac{10}{11} \approx 0,010$.
 $P(\text{Gerben pakt 5 keer}) = P(rrrrb) = \frac{4}{14} \cdot \frac{3}{13} \cdot \frac{2}{12} \cdot \frac{1}{11} \cdot \frac{10}{10} \approx 0,001$.

```

10/14 7142857143
4/14*10/13 2197802198
4/14*3/13*10/12 6549450549
4/14*3/13*2/12*10/11 80999001
4/14*3/13*2/12*1/11*10/10 9.99000999E-4
    
```

Zie de kansverdeling hieronder.

aantal keer pakken	1	2	3	4	5
kans	0,714	0,220	0,055	0,010	0,001

8	11	12	13	14	15	16
7	10	11	12	13	14	15
6	9	10	11	12	13	14
5	8	9	10	11	12	13
4	7	8	9	10	11	12
3	6	7	8	9	10	11
x	3	4	5	6	7	8

8	5	4	3	2	1	0
7	4	3	2	1	0	1
6	3	2	1	0	1	2
5	2	1	0	1	2	3
4	1	0	1	2	3	4
3	0	1	2	3	4	5
y	3	4	5	6	7	8

- D7 \square $P(X=6|Y=1) = \frac{X=6 \text{ en } Y=1}{Y=1} = \frac{0}{10} = 0$ en $P(X=6) = \frac{1}{36} \neq 0$.
 Dus X en Y zijn (niet on)afhankelijk.

- D8 \square $P(W = \text{€}99) = P(18 \text{ ogen}) = P(666) = \left(\frac{1}{6}\right)^3 = \frac{1}{216}$.
 $P(W = \text{€}14) = P(17 \text{ ogen}) = P(665) = \binom{3}{2} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \frac{1}{6} = 3 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^3 = \frac{3}{216}$.
 $P(W = \text{€}4) = P(16 \text{ ogen}) = P(664) + P(655) = \binom{3}{2} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \frac{1}{6} + \binom{3}{1} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \frac{1}{6} = 6 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^3 = \frac{6}{216}$.
 $P(W = -\text{€}1) = P(\text{minder dan 16 ogen}) = 1 - \frac{1}{216} - \frac{3}{216} - \frac{6}{216} = \frac{206}{216}$.
 De winstverwachting per spel is: $99 \cdot \frac{1}{216} + 14 \cdot \frac{3}{216} + 4 \cdot \frac{6}{216} - 1 \cdot \frac{206}{216} \approx -0,19$ (€).

w	99	14	4	-1
$P(W=w)$	$\frac{1}{216}$	$\frac{3}{216}$	$\frac{6}{216}$	$\frac{206}{216}$

```

99*1+14*3+4*6-1*206
-----
Ans/216
-1898148148
    
```

- D9a \square X is het aantal keer dat hij alle kegels omver werpt.
 $P(X=8) = \text{binompdf}(10, 0,78, 8) \approx 0,298$.

```

binompdf(10,0.78,8)
.2984109099
    
```

- D9b \square $P(\text{alleen laatste keer niet alle kegels omver}) = P(\text{AAAAAAA}A) = 0,78^9 \cdot 0,22 \approx 0,024$.
 $P(X \geq 9) = P(X=9) + P(X=10) = \text{binompdf}(10, 0,78, 9) + \text{binompdf}(10, 0,78, 10)$

```

0.78^9*0.22
.0235111626
binompdf(10,0.78,9)+binompdf(10,0.78,10)
.3184693843
    
```

- D10a \square $P(X > 60) = 1 - P(X \leq 60) = 1 - \text{binomcdf}(100, 0,65, 60) \approx 0,828$.
 D10b \square $P(X \geq 68) = 1 - P(X \leq 67) = 1 - \text{binomcdf}(100, 0,65, 67) \approx 0,303$.
 D10c \square $P(X = 65 \text{ of } X = 66) = P(X = 65) + P(X = 66) = \text{binompdf}(100, 0,65, 65) + \text{binompdf}(100, 0,65, 66) \approx 0,166$.
 D10d \square $P(X \text{ tussen } 62 \text{ en } 70) = P(X \leq 69) - P(X \leq 62) = \text{binomcdf}(100, 0,65, 69) - \text{binomcdf}(100, 0,65, 62) \approx 0,529$.

```

1-binomcdf(100,0.65,60)
.8275849877
1-binomcdf(100,0.65,67)
.302878552
binompdf(100,0.65,65)+binompdf(100,0.65,66)
.1655456779
binomcdf(100,0.65,69)-binomcdf(100,0.65,62)
.5294295226
    
```

- D11a \square E is het aantal keer even.
 $P(E > 10) = 1 - P(E \leq 10) = 1 - \text{binomcdf}(16, 0,5, 10) \approx 0,105$.

```

1-binomcdf(16,0.5,10)
.1050567627
    
```

- D11b \square X is het aantal keer 6.
 $P(X < 3) = P(X \leq 2) = \text{binomcdf}(16, \frac{1}{6}, 2) \approx 0,487$.

```

binomcdf(16,1/6,2)
.4867910368
    
```

- D11c \square Y is het aantal keer 5 of 6 $\Rightarrow P(Y = 5) = \text{binompdf}(16, \frac{2}{6}, 5) \approx 0,208$.

```

binompdf(16,2/6,5)
.2078129017
    
```

- D11d \square Z is het aantal keer 1 of 2.
 $P(5 < Z < 10) = P(Z \leq 9) - P(Z \leq 5) = \text{binomcdf}(16, \frac{2}{6}, 9) - \text{binomcdf}(16, \frac{2}{6}, 5) \approx 0,437$.

```

Plot1 Plot2 Plot3
X1=1-X2=1-binomcdf(X1/6,3)
Y1=0,90
Y2=0,90
X=
Y1=
Y2=
X=39
    
```

X	Y1	Y2
35	.85752	.85752
36	.87289	.87289
37	.88722	.88722
38	.89952	.89952
39	.90882	.90882
40	.91607	.91607
41	.92132	.92132

- D12a \square 1-Var Stats L1,L2 geeft $\bar{x} \approx 3230$ (kWh) en $\sigma \approx 690$ (kWh).

- D12b \square $\bar{x} - \sigma \approx 3230 - 690 = 2540$ (kWh) en $\bar{x} + \sigma \approx 3230 + 690 = 3920$ (kWh).
 Aantal = $\frac{460}{500} \cdot 134 + 182 + \frac{420}{500} \cdot 135 \approx 419$.
 Dat is $\frac{419}{642} \times 100\% \approx 65\%$.

```

460/500*134+182+420/500*135
418.68
419/642*100
65.26479751
3230-690
2540
3230+690
3920
    
```

```

L1 L2 L3 Z
1750 35 1-Var Stats L1:L
2250 60 Z
2750 134
3250 182
3750 135
4250 86
L2(7) =
1-Var Stats
x=3225.077882
sx=697.9125000
sx^2=6979125000
sx=685.9422458
sx=685.4078147
n=642
    
```

- D13 \square $E(T) = E(X+Y) = E(X) + E(Y) = 2,75 + 1,85 = 4,60$ (cm).
 $\sigma_T = \sigma_{X+Y} = \sqrt{\sigma_X^2 + \sigma_Y^2} = \sqrt{0,15^2 + 0,08^2} = 0,17$ (cm).

```

2.75+1.85
4.6
sqrt(0.15^2+0.08^2)
.17
    
```

- D14 \square X is het aantal prijzen.
 $E(X) = n \cdot p = 100 \cdot 0,25 = 25$ en $\sigma_X = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{25 \cdot 0,75} \approx 4,33$.
 $E(X) + \sigma_X \approx 29,33$.
 $P(X > 29,33) = 1 - P(X \leq 29) = 1 - \text{binomcdf}(100, 0,25, 29) \approx 0,150$.

```

100*0.25
25
sqrt(25*0.75)
4.330127019
1-binomcdf(100,0.25,29)
.1495410473
    
```


G29b * Kosten $K = 5 \cdot 2 + 8 = 18$ (€) en $P(\text{negatief}) = P(K = 18) = \left(\frac{19}{20}\right)^5$.

* Kosten $K = 5 \cdot 2 + 8 + 5 \cdot 8 = 5 \cdot 2 + 6 \cdot 8 = 58$ (€) en $P(\text{positief}) = P(K = 48) = 1 - \left(\frac{19}{20}\right)^5$.

* $E(K) = 18 \cdot \left(\frac{19}{20}\right)^5 + 58 \cdot \left(1 - \left(\frac{19}{20}\right)^5\right) \approx 27,05$ (€). Per monster: $E = \frac{Ans}{5} \approx 5,41$ (€).

```
18*(19/20)^5+58*
(1-(19/20)^5)
Ans=27.0487625
5.4097525
```

G29c • Kosten $K = n \cdot 2 + 8 = 2n + 8$ (€) en $P(\text{negatief}) = P(K = 2n + 8) = \left(\frac{19}{20}\right)^4 = 0,95^n$.

• Kosten $K = n \cdot 2 + 8 + n \cdot 8 = 10n + 8 = 48$ (€) en $P(\text{positief}) = P(K = 10n + 8) = 1 - 0,95^n$.

• $E(K) = (2n + 8) \cdot 0,95^n + (10n + 8) \cdot (1 - 0,95^n)$
 $= 2n \cdot 0,95^n + 8 \cdot 0,95^n + 10n - 10n \cdot 0,95^n + 8 - 8 \cdot 0,95^n = 10n - 8n \cdot 0,95^n + 8$ (€).

Per monster: $E = \frac{10n - 8n \cdot 0,95^n + 8}{n} = \frac{10n}{n} - \frac{8n \cdot 0,95^n}{n} + \frac{8}{n} = 10 - 8 \cdot 0,95^n + \frac{8}{n}$ (€).

```
P1=1 P1=2 P1=3
V1=10-8*0.95^X+
8/n
V2=
V3=
V4=
V5=
V6=
X
Y1
Y2
Y3
Y4
Y5
Y6
X=5
```

G29d $10 - 8 \cdot 0,95^n + \frac{8}{n}$ (met $n \geq 1$ en n geheel \Rightarrow TABLE) is minimaal voor $n = 5$.

G30a Ja, als de een bloedgroep A heeft en de ander bloedgroep B.

G30b $P(\text{dezelfde bloedgroep}) = P(OO) + P(AA) + P(BB) + P(ABAB) = 0,46^2 + 0,43^2 + 0,08^2 + 0,03^2 = 0,4038$.

G30c $P("0" \geq 1) = 1 - P("0" < 1) = 1 - P("0" = 0) = 1 - P(\bar{0}\bar{0}\bar{0}\bar{0}\bar{0}) = 1 - 0,54^{12} \approx 0,9994$.

G30d $P(\text{dezelfde resusfactor}) = P(++) + P(--) = 0,85^2 + 0,15^2 = 0,745$ en $P(\text{dezelfde bloedgroep}) = 0,4038$ (zie G30b).

$P(\text{hetzelfde bloedtype}) = P(\text{dezelfde resusfactor en dezelfde bloedgroep}) = 0,745 \cdot 0,4038 \approx 0,3$.

```
0.85^2+0.15^2
Ans=0.745
.300831
```

G31a Het aantal volgordes is $\binom{5}{2} = 10$.

```
5 nCr 2
10
```

```
3328/186701
.0178252928
1-binomcdf(900,0
.01783,15)
```

G31b $P(X \geq 16) = 1 - P(X \leq 15) = 1 - \text{binomcdf}(900, 0,01783, 15) \approx 0,539$.

```
.5388443688
```

G31c $P(\text{een jongen en een meisje}) = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{3}$; $P(2 \text{ jongens}) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{3}$; $P(2 \text{ meisjes}) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{3}$.
 Omdat de kansen gelijk zijn komen de samenstellingen gemiddeld even vaak voor.

```
2/3*1/2*Frac
1/3
1/3*1/2+2/3*1/4*
Frac
1/3
normalcdf(-10^99
,38,36,2,12/7)
.8531409193
normalcdf(-10^99
,266,253,12)
.8606697172
```

G 31d $P(\text{tweeling is prematuur}) = \text{normalcdf}(-10^{99}, 38,36,2, \frac{12}{7}) \approx 0,853$. Dit is ongeveer 85%.

Of: $P(\text{tweeling is prematuur}) = \text{normalcdf}(-10^{99}, 266,253,12) \approx 0,861$. Dit is ongeveer 86%.

G32a De laagste totaalscore (alle vragen fout worden beantwoord) is $30 - 10 \cdot \frac{3}{4} - 10 \cdot 1 - 10 \cdot \frac{5}{4} = 0$.

```
30-10*3/4-10*1-1
0*5/4
0
```

G32b De totaalscore is $30 + 7 \cdot 3 + 4 \cdot 4 + 1 \cdot 5 - 1 \cdot \frac{3}{4} - 3 \cdot 1 - 3 \cdot \frac{5}{4} = 64 \frac{1}{2}$.

```
binomcdf(30,1/6,
5)
.6164470145
```

```
30+7*3+4*4+1*5-1
*3/4-3*1-3*5/4
64.5
30+1/6*10*3-4/6*
10*3/4+1/6*10*4-
4/6*10*1+1/6*10*
5-4/6*10*5/4
30
```

G32c $P(X \leq 5) = \text{binomcdf}(30, \frac{1}{6}, 5) \approx 0,62$.

G32d $E(\text{score}) = 30 + \frac{1}{6} \cdot 10 \cdot 3 - \frac{4}{6} \cdot 10 \cdot \frac{3}{4} + \frac{1}{6} \cdot 10 \cdot 4 - \frac{4}{6} \cdot 10 \cdot 1 + \frac{1}{6} \cdot 10 \cdot 5 - \frac{4}{6} \cdot 10 \cdot \frac{5}{4} = 30$.

G33a X is het aantal testen.

$P(X = 1) = 0,3$; $P(X = 2) = 0,7 \cdot 0,3 = 0,21$ en $P(X = 3) = 1 - P(X = 1) - P(X = 2) = 0,49$.

$E(X) = 1 \cdot 0,3 + 2 \cdot 0,21 + 3 \cdot 0,49 = 2,19$.

```
0.7*0.3
.21
1-0.3-0.21
.49
1*0.3+2*0.21+3*0
.49
2.19
```

G33b Per proefpersoon zijn de gemiddelde kosten $100 + 2,19 \cdot 50 = 209,50$ euro.

Omdat $\frac{10000}{209,50} \approx 47,7$ kunnen er maximaal 47 personen meedoen.

```
100+2.19*50
209.5
10000/209.50
47.7326969
```

G33c Y is het aantal personen dat na drie keer testen nog geen succes heeft.

$P(\text{geen succes na drie keer testen}) = 0,7^3 = 0,343$.

$P(Y > \frac{1}{2} \cdot 10) = P(Y > 5) = 1 - P(Y \leq 5) = 1 - \text{binomcdf}(10, 0,343, 5) \approx 0,087$.

```
0.7^3
.343
1-binomcdf(10,0.
343,5)
.086899131
```

G34a Waaghals:

$P(\text{€}0) = P(-) + P(-) = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{2}{3}$ en $P(\text{€}6) = P(+) = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{3}$.

$E(\text{uitkering waaghals}) = 0 \cdot \frac{2}{3} + 6 \cdot \frac{1}{3} = 2$ (€/lot).

```
1/3+2/3*1/2*Frac
2/3
2/3*1/2*Frac
1/3
```

Angsthaas:

$P(\text{€}0) = P(-) = \frac{1}{3}$ en $P(\text{€}3) = P(+) = \frac{2}{3}$.

$E(\text{uitkering angsthaas}) = 0 \cdot \frac{1}{3} + 3 \cdot \frac{2}{3} = 2$ (€/lot).

G34b Waaghals: $P(\text{€}0) = \frac{2}{3}$ en angsthaas: $P(\text{€}0) = \frac{1}{3}$.

Naar verwachting krijgen $\frac{2}{3} \cdot 0,65 \cdot 500 + \frac{1}{3} \cdot 0,35 \cdot 500 = 275$ mensen niets uitbetaald.

```
2/3*0.65*500+1/3
*0.35*500
275
```

G34c Een angsthaas krast altijd precies één vakje open \Rightarrow Alle 35 angsthazen krassen precies één vakje open.

W is het aantal waaghalsen dat precies één (als eerste vakje een MIN) vakje openkrast

$P(W > 60 - 35) = P(W > 25) = 1 - P(W \leq 25) = 1 - \text{binomcdf}(65, \frac{1}{3}, 25) \approx 0,157$.

```
1-binomcdf(65,1/
3,25)
.1565535804
```

```
1-0.95*0.80
.24
```

G35a $P(\text{minstens één prijs}) = 1 - P(\text{geen prijs}) = 1 - (1 - 0,05) \cdot (1 - 0,20) = 1 - 0,95 \cdot 0,80 = 0,24$.

G35b X is het aantal leden dat in de prijzen valt.

$$P(X \geq 8) = 1 - P(X \leq 7) = 1 - \text{binomcdf}(20, 0,24, 7) \approx 0,08.$$

```
1-binomcdf(20,0.24,7)
.0834918855
```

G35c Y is het prijzengeld per student.

$$E(Y) = 500 \cdot 0,05 + 100 \cdot 0,20 = 45 \text{ (€)}.$$

De studentenvereniging verwacht $20 \cdot 45 = 900$ euro te winnen.

```
500*0.05+100*0.2
0
Ans*20
900
```

G36a V is het aantal vrouwen met osteoporose.

$$P(V = 30) = \text{binompdf}(100, \frac{1}{4}, 30) \approx 0,046.$$

```
binompdf(100,1/4,30)
.0457538076
```

G36b M is het aantal mannen met osteoporose.

$$P(2 \text{ met osteoporose}) = P(V = 0 \text{ en } M = 2) + P(V = 1 \text{ en } M = 1) + P(V = 2 \text{ en } M = 0)$$

$$= P(V = 0) \cdot P(M = 2) + P(V = 1) \cdot P(M = 1) + P(V = 2) \cdot P(M = 0)$$

$$= \text{binompdf}(5, \frac{1}{4}, 0) \cdot \text{binompdf}(5, \frac{1}{12}, 2) + \text{binompdf}(5, \frac{1}{4}, 1) \cdot \text{binompdf}(5, \frac{1}{12}, 1)$$

$$+ \text{binompdf}(5, \frac{1}{4}, 2) \cdot \text{binompdf}(5, \frac{1}{12}, 0) \approx 0,300.$$

```
)*binompdf(5,1/12,2)+binompdf(5,1/4,1)*binompdf(5,1/12,1)+binompdf(5,1/4,2)*binompdf(5,1/12,0)
.2997053994
```

G36c Van de osteoporose-patiënten in de risicogroep was

$$\frac{13,9}{17,6} \times 100\% = 79,0\% \text{ vrouw.}$$

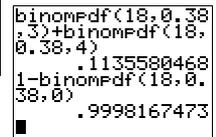
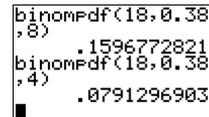
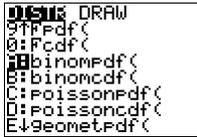
(zie de tabel hiernaast)

```
1/4*55.6
13.9
1/12*44.4
3.7
13.9/17.6*100
78.97727273
```

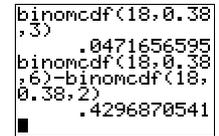
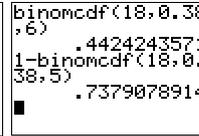
	osteoporose	geen osteoporose	
vrouw	13,9%		55,6%
man	3,7%		44,4%
	17,6%		100%

TI-84 2. De binomiale verdeling

- 1a $P(X = 8) = \text{binompdf}(18, 0.38, 8) \approx 0,160.$
- 1b $P(X = 4) = \text{binompdf}(18, 0.38, 4) \approx 0,079.$
- 1c $P(X = 3) + P(X = 4) = \text{binompdf}(18, 0.38, 3) + \text{binompdf}(18, 0.38, 4) \approx 0,114.$
- 1d $1 - P(X = 0) = 1 - \text{binompdf}(18, 0.38, 0) \approx 1,000.$



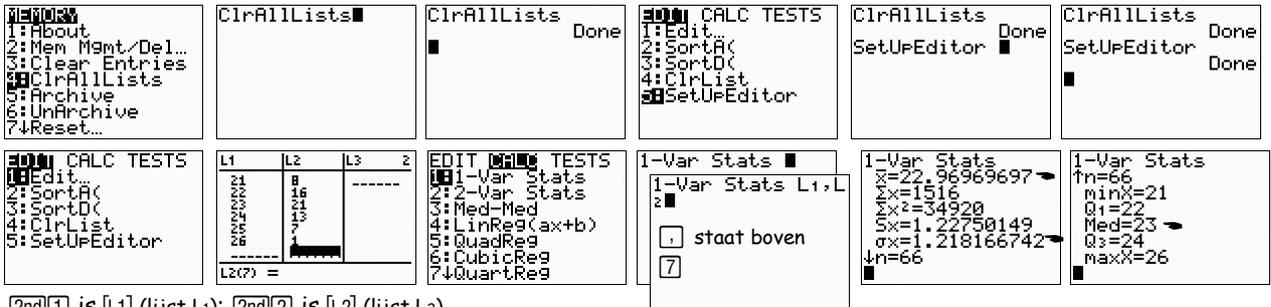
- 2a $P(X \leq 6) = \text{binomcdf}(18, 0.38, 6) \approx 0,442.$
- 2b $1 - P(X \leq 5) = 1 - \text{binomcdf}(18, 0.38, 5) \approx 0,738.$
- 2c $P(X \leq 3) = \text{binomcdf}(18, 0.38, 3) \approx 0,047.$
- 2d $P(X \leq 6) - P(X \leq 2) = \text{binomcdf}(18, 0.38, 6) - \text{binomcdf}(18, 0.38, 2) \approx 0,430.$



TI-84 3. Centrum- en spreidingsmaten

- 1 Gemiddelde is $\bar{x} \approx 23,0$ de standaardafwijking is $\sigma \approx 1,2$ en de mediaan is $\text{Med} = 23.$
(zie de laatste twee schermen op de tweede rij hieronder)

De schermen op de eerste rij hieronder zijn om bestaande lijsten schoon te vegen en om de 6 oorspronkelijke lijsten (bij verlies) in de oorspronkelijke volgorde te plaatsen.



[2nd][1] is [L1] (lijst L1); [2nd][2] is [L2] (lijst L2).

- 2a $\bar{x} \approx 5,2$ $\sigma \approx 1,4$ en $\text{Med} = 5$ (zie de schermen hiernaast).
- 2b $\bar{x} \approx 5,8$ $\sigma \approx 1,7$ en $\text{Med} = 6$ (zie de schermen hiernaast).
- 2c $\bar{x} \approx 5,5$ $\sigma \approx 1,6$ en $\text{Med} = 6$ (zie de schermen hieronder).

